Autour du bas le ligne mathématique de Jean-Louis PELLETIER

par Gilles Cassagne.

En guise d'introduction :

Dans son livre « La pêche à la mouche » paru chez Denoël , Jean-Louis Pelletier souhaite donner, je le cite, « une explication concernant les objectifs exigés d'un bas de ligne ». Pour ce faire, il se base sur l'équation de la conservation de l'énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$. Il considère, sans le dire que l'énergie potentielle $E_p = mgh$ peut être négligée. En effet, sans mouche, la vitesse d'un bas de ligne dépasse la vitesse du son (claquement de l'extrémité) alors que la variation de la hauteur est de l'ordre du mètre.

Malgré tout, cela me paraît quand même un peu « léger », il suffit pour cela de jeter un œil sur les travaux de Tyler McMillen et Alain Goriely : «Whip waves » sur l'onde produite par un fouet où les équations sont plutôt du style :

Note that (63) holds for an arbitrary conservation law $T_t = X_s$ with appropriate boundary conditions. Now we take T and X to be as in (26) and (27), and expand φ in ϵ, with φ_0 the travelling wave solution (49)

$$\varphi_0 = 4\tan^{-1}\left[\exp\left(\pm\frac{\xi}{\tilde{\gamma}}\right)\right]. \tag{64}$$

If we let

$$\tilde{\mathcal{H}} = \frac{1}{\zeta_0}\int_{\infty}^{\infty} T_0 \,\mathrm{d}\xi, \tag{65}$$

then $\mathrm{d}\tilde{\mathcal{H}}/\mathrm{d}S = 0$. A straightforward calculation shows that

$$\tilde{\mathcal{H}} = \frac{4\tilde{\gamma}\delta}{\zeta_0}\left[\frac{\delta(1+\zeta_0^2)}{\tilde{\gamma}^2} + \frac{1}{\zeta_0^2}\right] + \mathrm{O}(\epsilon). \tag{66}$$

We see that the energy relation (53) holds, in the case when δ is a function of S, and that $\mathcal{H}$ is constant, to order ϵ.

Ça fait pas rire !....

Mais, qu'importe, il est toujours intéressant d'essayer de modéliser un phénomène et puis, je ne résiste pas à une petite étude mathématique du bas de ligne mathématique de Monsieur Pelletier.

Je me doute que les pêcheurs non mathématiciens risquent de trouver la lecture un peu ardue, bien que le niveau scolaire nécessaire à sa compréhension soit celui de première. En revanche, les mathématiciens risquent de me trouver pas assez rigoureux….

A ce propos, j'ai nommé les suites réelles à l'aide de lettres cursives ($\mathcal{D}_{\mathrm{n}}$) et les suites entières à l'aide de lettres d'imprimerie (D_{n}).

Les règles de construction :

D'après Monsieur Pelletier, pour que la vitesse augmente progressivement il faut que :

- La masse des brins, en fonction de la longueur, doit décroître d'une façon linéaire

- La raideur des brins doit, elle aussi, décroître d'une façon linéaire

Je les appellerai « critère de Pelletier » dans la suite du document.

Il ajoute que la masse d'un milligramme d'un mètre de fil de densité 1, que je préfère appeler masse linéique, est donnée par la relation :

$$\mu = D^2 \times 785 \quad \text{où} \quad D \text{ représente le diamètre du fil} \qquad (1)$$

C'est facile à démontrer. Le fil est un cylindre de volume :

V= $\pi \times (\frac{D}{2})^2 \times h$ *pour un mètre on prend* h *=1000mm*

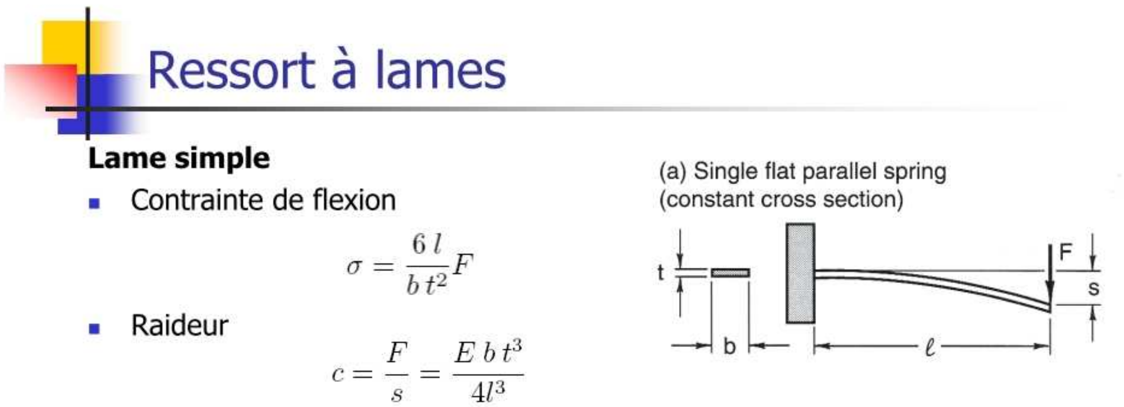
On a alors, *V=* $\pi \times (\frac{D}{2})^2 \approx D^2 \times 785$

Comme la densité du fil est 1 on a $\mu \approx D^2 \times 785$.

En ce qui concerne la raideur, il donne la relation :

$$r = D^4 \times 10^5 \qquad (2)$$

Je ne suis pas capable de démontrer cette relation et je ne l'ai trouvée nulle part. Ce que je connais qui ressemble le plus à un brin de nylon est un ressort à lame. Voici un extrait du document « Suspensions » de Pierre DUYSINX :



Dans notre cas t et b représenteraient le diamètre, D, du fil. Ainsi la raideur, proportionnelle à bt^3*seraient bien proportionnelle à* D^4*. Le seul hic, c'est que ce coefficient de raideur est aussi fonction de la longueur. Cela n'apparait pas dans la relation donnée par Monsieur Pelletier. Si quelqu'un a des infos…je suis preneur.*

Calcul des diamètres :

Une fois cela posé, nous allons chercher dans un premier temps à déterminer une suite réelle, $(\mathcal{D}_{\mathrm{n}})_{n\in\mathbb{N}}$ de diamètres, *étant entendu que les diamètres existants dans le commerce forment, en réalité, un sous-ensemble de* $\mathbb{N}$, telle que :

1) $\mathcal{D}_0$= D_{soie} (Diamètre de l'extrémité de la soie)

2) Les raideurs des diamètres successifs notée $(r_{\mathrm{n}})_{n\in\mathbb{N}}$ forment une suite géométrique de raison $\frac{1}{\mathrm{k}}$ avec $k \in \{2;3;4\}$

k est le coefficient de proportionnalité que JL Pelletier appelle « raideur ».

Montrons que $(\mathcal{D}_{\mathrm{n}})_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique.

D'après la relation (2)

$$r = D^4 \times 10^5.$$

Pour tout diamètre $\mathcal{D}_{\mathrm{n}}$, on a : $$R_{\mathrm{n}} = {\mathcal{D}_{\mathrm{n}}}^4 \times 10^5$$

Ainsi $$R_{\mathrm{n+1}} = {\mathcal{D}_{\mathrm{n+1}}}^4 \times 10^5$$

Comme (R_{n}) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{\mathrm{k}}$ on a : $$\frac{R_{\mathrm{n+1}}}{\mathrm{R_n}} = \frac{1}{k}$$

Donc $$\frac{{\mathcal{D}_{\mathrm{n+1}}}^4 \times 10^5}{{\mathcal{D}_{\mathrm{n}}}^4 \times 10^5} = \frac{1}{k}$$

Par conséquent $$\frac{\mathcal{D}_{\mathrm{n+1}}}{\mathcal{D}_{\mathrm{n}}} = \frac{1}{\sqrt[4]{k}}$$

Ou encore $$\mathcal{D}_{\mathrm{n+1}} = \frac{\mathcal{D}_{\mathrm{n}}}{\sqrt[4]{k}}$$

$(\boldsymbol{\mathcal{D}}_{\mathbf{n}})_{\boldsymbol{n}\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt[4]{k}}}$

On a immédiatement $$\mathcal{D}_{\mathrm{n}} = \frac{\mathrm{Dsoie}}{\mathrm{k}^{\frac{\mathrm{n}}{4}}}$$

Voici, un exemple de suite de diamètres pour une soie de 70/100 et un coefficient de 2

58,86 : 49,50 : 41,62 : 35,00 : 29,43 : 24,75 : 20,81 : 17,50 : 14,72

Tout ça c'est bien joli mais de tels diamètres n'existent pas dans le commerce. Monsieur Pelletier propose la solution suivante :

Puisque le diamètre 58,86 n'existe pas dans le commerce, il choisit le diamètre commercialisé « le plus proche » ; c'est-à-dire 60. Puis, il calcule le diamètre suivant à partir de ce nouveau diamètre.

Cela parait évident mais **ça ne fonctionne pas toujours**!

Rappelons que les critères de Pelletier imposent que les raideurs des diamètres successifs soient proportionnelles à k.

Voici, un exemple : avec k=4 et $\mathcal{D}_n = 24$

On a $\mathcal{D}_{n+1} = \frac{\mathcal{D}_n}{\sqrt[4]{k}} = \frac{24}{\sqrt[4]{4}} \approx 16{,}97$

Le diamètre commercialisé le plus proche est le 16/100. Si l'on calcule à nouveau le coefficient de raideur entre ces deux diamètres, 24/100 et 16/100, on obtient : $k_{16} = \frac{\mathcal{D}_n{}^4 \times 10^5}{\mathcal{D}_{n+1}{}^4 \times 10^5} = \frac{24^4}{16^4} \approx 5{,}06$

Alors que si nous avions choisi le diamètre 18/100, on obtient $k_{18} = \frac{\mathcal{D}_n{}^4 \times 10^5}{\mathcal{D}_{n+1}{}^4 \times 10^5} = \frac{24^4}{20^4} \approx 3{,}16$

Le rapport $k_{18} \approx 3{,}16$ *est plus proche du rapport souhaité k=4 que ne l'est le rapport* $k_{16} \approx 5{,}06$

C'est bien le diamètre de 18/100 qu'il faut choisir et non le 16/100.

Voici donc <u>une première erreur</u> mathématique du bas de ligne mathématique de Monsieur Pelletier !

Je sens que je suis en train de me faire plein d'amis en critiquant le maître !... Il faut reconnaître que je m'en suis aperçu en cherchant à mesurer l'erreur faite lorsque l'on arrondi un diamètre sur une feuille de calcul Excel dont ne disposait peut-être pas Monsieur Pelletier. A moins que, conscient de l'erreur, il ait estimé que l'on pouvait la négliger au vue de la complication de son traitement par une méthode graphique.

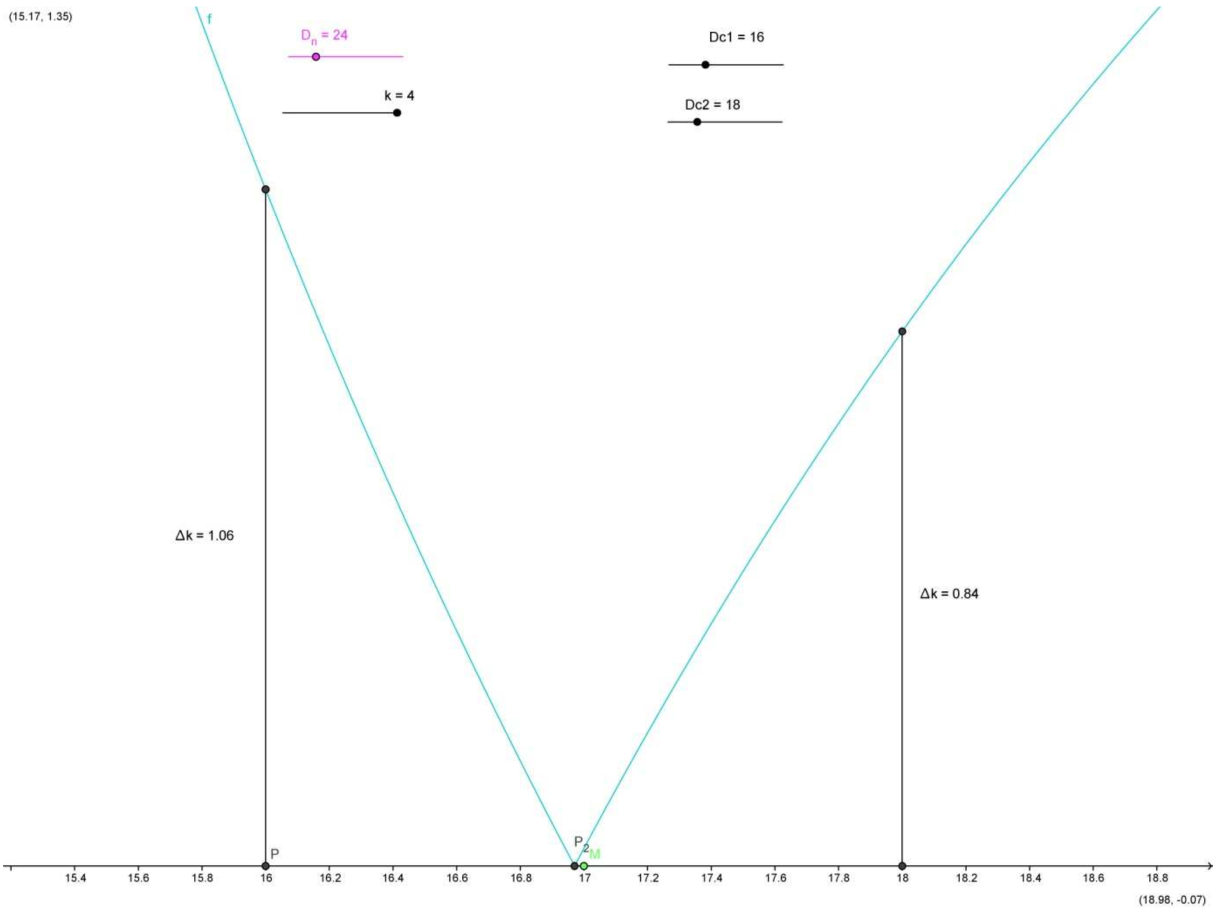
De plus, cette erreur arrive assez peu souvent si l'on possède tous les diamètres de bobines du commerce. C'est un problème de pauvre en somme…

Concrètement, si le diamètre $\mathcal{D}_{\mathrm{n+1}}$ n'existe pas dans le commerce, ce qui est pratiquement sûr puisqu'il est obtenu en divisant par des racines quatrièmes de k, il faut choisir un diamètre de fil du commerce, noté D_c tel que $\frac{\mathcal{D}_n{}^4}{D_c{}^4}$ soit le plus proche possible du coefficient de raideur k. Autrement dit, il faut que la variation $\Delta k = (k - \frac{\mathcal{D}_n{}^4}{D_c{}^4})$ soit le plus proche possible de zéro.

Si l'on s'intéresse à la représentation graphique de la fonction définie pour tout $x > 0$ (Ce sont des diamètres de nylon) par :

$$\Delta_n k(x) = k\left|1 - \frac{\mathcal{D}_n{}^4}{x^4}\right|$$

On comprend (voir ci-dessous) pourquoi le diamètre D_{18} est préférable au diamètre D_{16} : Sa variation Δk est plus petite.



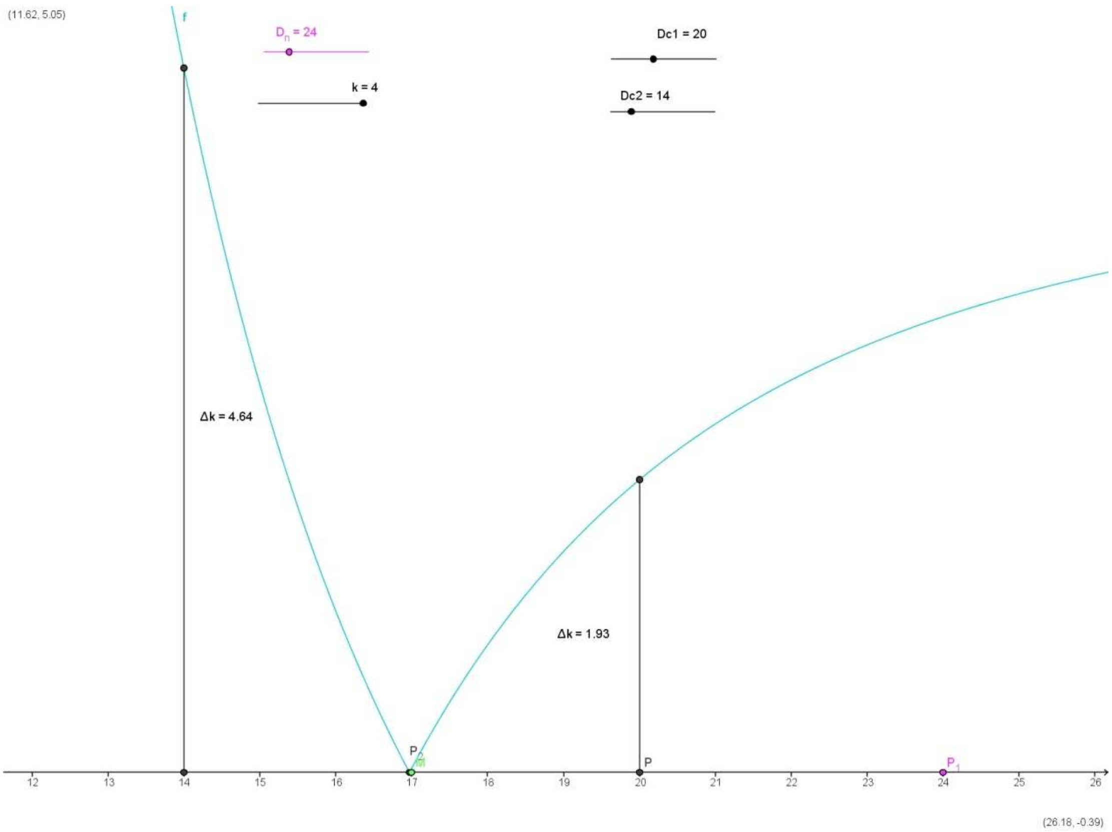
Deux questions se posent alors :

1) Si deux diamètres créent la même variation de raideur, lequel choisir ?

2) Le choix d'une variation de raideur minimale pour un diamètre donné, n'aura-t-il pas pour conséquence d'augmenter variation de raideur pour l'un des diamètres suivants ?

Je me vois mal trouver une solution mathématique à ces questions (amis matheux à vos neurones !..) d'autant que, le nombre de diamètres étant fini, il suffit de les créer tous à l'aide d'un algorithme.

Si l'on considère qu'il est inutile de tester les diamètres de bobines du commerce qui n'encadrent pas la valeur du diamètre théorique (voir graphique ci-dessous), il y en a $2^{\mathrm{Nb}-1}$où Nb est le nombre de brins. Comme nous nous limiterons à une dizaine de brins cela fait 2^9=512 possibilités.



Sur le graphique on voit que Δk pour des diamètres n'entourant pas $\mathcal{D}_{\mathrm{n}+1}$ est grand. Je suppute qu'aucune suite de diamètres contenant ses valeurs ne pourra convenir mais cela reste à démontrer.

Au final, je cherche parmi tous les bas de ligne créés celui qui répond à la définition du bas de ligne que j'appellerai modestement *(histoire de me faire encore une petite poignée d'amis !...)*:

Bas de ligne mathématique de Pelletier-Cassagne

Soit $(D_{\mathrm{n}})_{n\in\mathbb{N}}$ et $(D'_{\mathrm{n}})_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites **entières** finies de même longueur p (la même longueur pour des suites signifie qu'elles ont le même nombre d'éléments) de diamètres de bobine de fil telles que D_{n} et D'_{n} se trouvent dans sa boîte à pêche(:-)

$soit\ k$ une raideur avec $k \in \{2;3;4\}$

Soit les variations de raideur $\Delta_{\mathrm{n}}k = |k - \frac{D_{\mathrm{n}}{}^4}{D_{\mathrm{n}+1}{}^4}|$ et $\Delta_{\mathrm{n}}{}'k = |k - \frac{D'_{\mathrm{n}}{}^4}{D'_{\mathrm{n}+1}{}^4}|$ pour n<p

Une suite $(\boldsymbol{D}_{\mathbf{n}})$ de diamètres compose le bas de ligne mathématique de Pelletier-Cassagne si quelque soit $(\boldsymbol{D}'_{\mathbf{n}})$, une autre suite de diamètre, $\sum_1^p \Delta_{\mathrm{n}} k \leq \sum_1^p \Delta_{\mathrm{n}}{}' k$

Remarques :

- Quel que soit n, D_{n} est positif car c'est un diamètre.

- La suite (D_{n}) existe évidemment dès lors que l'on possède au moins deux bobines… et il y a fort à parier qu'elle est unique. Démonstration : je vous la laisse en exercice !...

- Pour des raisons pratiques, dans l'algorithme, je comparerai le diamètre du commerce D_{c} à $\mathcal{D}_{\mathrm{n+1}}$. C'est assez facile car rappelons que $\mathcal{D}_{\mathrm{n+1}}$ et $\mathcal{D}_{\mathrm{n}}$ sont liés par la relation $\mathcal{D}_{\mathrm{n+1}} = \frac{\mathcal{D}_{\mathrm{n}}}{\sqrt[4]{k}}$ ainsi :

$$\left(k - \frac{\mathcal{D}_{\mathrm{n}}{}^4}{D_{\mathrm{c}}{}^4}\right) = \left(k - \frac{k\,\mathcal{D}_{\mathrm{n+1}}{}^4}{D_{\mathrm{c}}{}^4}\right) = k\left(1 - \frac{\mathcal{D}_{\mathrm{n+1}}{}^4}{D_{\mathrm{c}}{}^4}\right)$$

- la suite (D_{n}) dépend du nombre de brins.

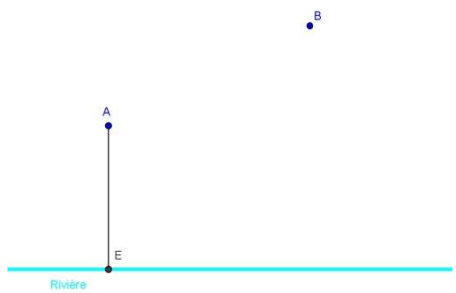
Par exemple, si l'on possède tous les diamètres de 45/100 à 12/100. Que l'on possède une soie de 150/100 et que l'on souhaite déterminer un bas de ligne de longueur 400cm et raideur=3.

Pour 5 brins on a la suite de diamètres : 45/35/25/20/15

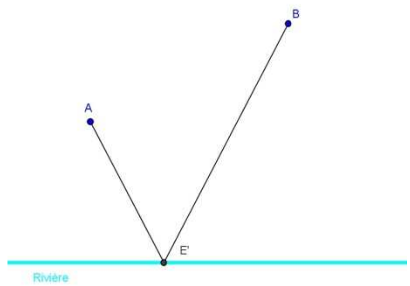
Pour 6 brins on a la suite de diamètres : 45/35/25/20/16/12

Cela s'explique simplement par le fait que le diamètre 15/20 est le diamètre qui a la variation de raideur la plus faible par rapport au brin de 20/100. En revanche, s'il faut chercher un suivant au 15/100 la somme des deux rapports est plus importante que si nous avions choisi un 16/100.

Pour vous donner une image, supposons qu'une ville, A, cherche à construire une station d'épuration, E, près de la rivière, le plus court chemin est représenté ci-dessous :



Alors que si la ville A décide de construire une station avec la ville B , la position la plus proche des deux villes est la station E' représentée ci-dessous.



Calculs des longueurs :

Supposons tout d'abord que les diamètres appartiennent à l'ensemble des réels.

Cherchons une suite $(\mathcal{L}_\mathrm{n})$ de longueurs de brins de fil de masse $(\mathcal{M}_\mathrm{n})$ telle que $\frac{\mathcal{M}_\mathrm{n+1}}{\mathcal{M}_\mathrm{n}} = \frac{1}{k}$

De plus $\sum \mathcal{L}_\mathrm{n} = \mathrm{L_{Bdl}}$ (La somme des longueurs de brins est égale à la longueur du bas de ligne souhaitée).

Nous pouvons facilement associer à $(\mathcal{D}_\mathrm{n})$ une suite de masse linéique que (μ_n) définie par :

$$\mu_n = {D_n}^2 \times 785$$

C'est maintenant qu'il va falloir réfléchir un peu puisqu'il nous faut trouver une suite de longueur $(\mathcal{L}_\mathrm{n})$ telle que $\sum_1^n \mathcal{L}_\mathrm{n} = \mathrm{L_{Bdl}}$ et $\frac{\mathcal{M}_\mathrm{n+1}}{\mathcal{M}_\mathrm{n}} = \frac{1}{k}$

Et si $(\mathcal{L}_\mathrm{n})$ était aussi une suite géométrique ?

En effet on a $\mathcal{M}_\mathrm{n} = k \times \mathcal{M}_\mathrm{n+1}$ avec $\mathcal{M}_\mathrm{n} = \mu_n \times \mathcal{L}_\mathrm{n}$

donc $\mu_n \times \mathcal{L}_\mathrm{n} = k \times \mu_{n+1} \times \mathcal{L}_\mathrm{n+1}$

ou encore $\mathcal{L}_\mathrm{n} = k \times \frac{\mu_{n+1}}{\mu_n} \times \mathcal{L}_\mathrm{n+1}$ avec $\mu_n = {D_n}^2 \times 785$

ainsi $\mathcal{L}_\mathrm{n} = k \times \frac{{D_{n+1}}^2 \times 785}{{D_n}^2 \times 785} \times \mathcal{L}_\mathrm{n+1}$

par conséquent $\mathcal{L}_\mathrm{n} = k \times \frac{{D_{n+1}}^2}{{D_n}^2} \times \mathcal{L}_\mathrm{n+1}$ avec $\mathcal{D}_\mathrm{n} = \frac{\mathrm{Dsoie}}{\mathrm{k^n}}$

donc $\mathcal{L}_\mathrm{n} = k \times \frac{\left(\frac{\mathrm{Dsoie}}{\mathrm{k}^{\frac{n+1}{4}}}\right)^2}{\left(\frac{\mathrm{Dsoie}}{\mathrm{k}^{\frac{n}{4}}}\right)^2} \times \mathcal{L}_\mathrm{n+1} = k \times \frac{\left(\frac{1}{\mathrm{k}^{\frac{n+1}{4}}}\right)^2}{\left(\frac{1}{\mathrm{k}^{\frac{n}{4}}}\right)^2} \times \mathcal{L}_\mathrm{n+1} = k \times \frac{\left(\mathrm{k}^{\frac{n}{4}}\right)^2}{\left(\mathrm{k}^{\frac{n+1}{4}}\right)^2} \times \mathcal{L}_\mathrm{n+1} = k \times \frac{\mathrm{k}^{\frac{n}{2}}}{\mathrm{k}^{\frac{n+1}{2}}} \times \mathcal{L}_\mathrm{n+1} = \mathrm{k}^{(1+\frac{n}{2}-\frac{n+1}{2})} \times \mathcal{L}_\mathrm{n+1} = \sqrt{k} \times \mathcal{L}_\mathrm{n+1}$ CQFD !!!!

$(\mathcal{L}_\mathrm{n})$ est bien aussi une suite géométrique de raison $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{k}}}$.

Ça, ça nous arrange parce qu'il sera très facile de déterminer une suite de longueurs $(\mathcal{L}_\mathrm{Nb})$ telle que $\sum_1^{Nb} \mathcal{L}_\mathrm{n} = \mathrm{L_{Bdl}}$ où Nb représente le nombre de brins du bas de ligne

On commence par déterminer la longueur du premier brin $\mathcal{L}_1$.

Car $\sum_1^{Nb} \mathcal{L}_\mathrm{n} = \mathcal{L}_1 \times \frac{1-(\frac{1}{\sqrt{\mathrm{k}}})^{\mathrm{Nb}}}{1-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{k}}}}$

donc $\mathrm{L_{Bdl}} = \mathcal{L}_1 \times \frac{1-(\frac{1}{\sqrt{\mathrm{k}}})^{\mathrm{Nb}}}{1-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{k}}}}$

donc $$\boldsymbol{\mathcal{L}_1 = \mathbf{L_{Bdl}} \times \frac{1-\frac{1}{\sqrt{\mathrm{k}}}}{1-(\frac{1}{\sqrt{\mathrm{k}}})^{\mathrm{Nb}}}}$$

puis on détermine $\mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3 .... \mathcal{L}_\mathrm{n}$

Remarque : si $(\mathcal{D}_\mathrm{n})$ est unique (voir votre démonstration que vous avez faite en exercice), $(\mathcal{L}_{\mathrm{Nb}})$ ne l'est pas puisqu'elle dépend du nombre de brins.

Tout cela semble parfaitement inutile car la suite de diamètres n'appartient pas à l'ensemble des réels mais à l'ensemble des entiers.... mais nous avons vu un résultat intéressant qui reste vrai lorsque les diamètres sont des valeurs entières (L_n).

$$L_\mathrm{n} = k \times \frac{\mu_{n+1}}{\mu_n} \times L_{\mathrm{n}+1}$$

que l'on peut écrire $L_{\mathrm{n}+1} = \frac{\mu_n}{k \times \mu_{n+1}} \times L_\mathrm{n}$.

Cela me permettra d'énoncer le théorème suivant :

Théorème du BrinBrin :

Si une suite (L_n) répond au critère de Pelletier alors toute suite (L'_n) ayant le même nombre d'éléments que (L_n) et qui répond au critère de Pelletier est telle :

$$\boldsymbol{(L'_\mathrm{n}) = \mathrm{A} \times (L_\mathrm{n}),\ \mathrm{A} \epsilon \mathbb{R}^*}$$

Démonstration :

Certes, la suite (L_n) ne forme pas une suite géométrique mais pour une raideur, un diamètre de soie et un nombre de brins donnés, D_n est parfaitement définie pour tout n.

En effet, μ_n est constant car d'après (1) : $\mu_n = D^2{}_\mathrm{n} \times 785$

On peut en conclure que $L_{\mathrm{n}+1}$ se détermine à partir de L_n par le produit d'un coefficient **constant** a_n avec $a_\mathrm{n} = \frac{\mu_n}{k \times \mu_{n+1}}$

On a donc $L_{\mathrm{n}+1} = a_\mathrm{n} \times L_\mathrm{n}$ *(la relation initiale est $\mathcal{L}_{n+1} = \frac{\mu_n}{k \times \mu_{n+1}} \times \mathcal{L}_n$)*

Soit (L_n) une suite qui répond au critère de Pelletier alors

$L_\mathrm{n} = a_\mathrm{n} \times L_{\mathrm{n}-1}$=$a_\mathrm{n} \times a_{\mathrm{n}-1} \times L_{\mathrm{n}-2}$=...=$a_\mathrm{n} \times a_{\mathrm{n}-1} \times \ldots \times a_1 \times L_1$= $\prod_1^n a_n \times L_1$

Comme a_n est constant pour n donné, $\prod_1^n a_n$ l'est aussi.

Notons $\alpha = \prod_1^n a_n$. On a donc $L_\mathrm{n} = \alpha \times L_1$ pour toute suite (L_n).

Concrètement cela signifie qu'une suite de longueurs de brins, pour une raideur donnée, est déterminée à partir de la longueur d'un seul brin.

Reprenons : $L_\mathrm{n} = \alpha \times L_1$

donc $\alpha = \frac{L_\mathrm{n}}{L_1}$

Ainsi pour une autre suite (L'_n) on a $L'_\mathrm{n} = \alpha \times L'_1$ = $\frac{L_\mathrm{n}}{L_1} \times L'_1$= $\frac{L'_1}{L_1} \times L_\mathrm{n}$ = $\mathrm{A} \times L_\mathrm{n}$ CQFD

Ainsi, dans l'algorithme, il suffit de donner une valeur quelconque au premier brin, par exemple L_1=1, puis de déterminer la suite des longueurs de brins.

Une fois cela fait, on calcule la somme des longueurs de tous les brins $S = \sum_1^{Nb} L_{\mathrm{n}}$.

Bien sûr, elle ne sera pas égale à la longueur du bas de ligne souhaitée, L_{Bdl} mais il suffira de multiplier chaque longueur par le coefficient d'agrandissement $\mathrm{A} = \frac{L_{Bdl}}{S}$ pour obtenir une suite de longueur répondant au critère de Pelletier **et** dont la somme des longueurs sera égale à la longueur du bas de ligne.

Démonstration :

$$L'_{\mathrm{n}} = \frac{L_{Bdl}}{S} \times L_{\mathrm{n}}$$

Donc $\sum L'_{\mathrm{n}} = \sum \frac{L_{Bdl}}{S} \times L_{\mathrm{n}} = \frac{L_{Bdl}}{S} \sum L_{\mathrm{n}} = \frac{L_{Bdl}}{S} S = L_{Bdl}$

Une dernière remarque :

La lecture graphique de Monsieur Pelletier n'est pas suffisamment précise pour donner une longueur au centimètre près. C'est probablement la raison pour laquelle elles sont données à 5cm près. A moins qu'il ait considéré, à juste titre, qu'il est difficile de confectionner un bas de ligne au centimètre près.

Les résultats calculés numériquement sont plus précis. D'autre part, l'outil dont se sert le pêcheur afin de mesurer 10 cm de nylon lui permet tout autant de mesurer 11cm de nylon ! C'est pourquoi, les longueurs seront données au centimètre près.

J'ai été très impressionné par le travail de Monsieur Pelletier, notamment par sa représentation graphique, simple, d'un problème qui est loin d'être trivial. En revanche, je ne comprends vraiment pas pourquoi, Monsieur Pelletier, lorsqu'il lui manque de la longueur à son bas de ligne, l'ajoute au brin le plus fin qui est aussi le plus petit.

Je rappelle que le rapport des longueurs doit s'approcher au mieux de $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{k}}}$. Or, l'ajout de 10cm a une conséquence énorme sur les rapports de petites longueurs alors que c'est presque négligeable sur de grandes longueurs.

Par exemple si les deux derniers brins mesurent respectivement 15cm et 10cm, le rapport vaut :

$\frac{\mathcal{L}_{n+1}}{\mathcal{L}_n} = \frac{10}{15} \approx 0{,}67$ *si on ajoute 10cm à* $\mathcal{L}_{n+1}$ *il devient :* $\frac{\mathcal{L}_{n+1}}{\mathcal{L}_n} = \frac{20}{15} \approx 1{,}33$ *. Elevé au carré c'est pratiquement quatre fois plus !!!. Cela nous éloigne énormément des critères définis par monsieur Pelletier.*

En revanche si les deux premiers brins mesurent respectivement 150cm et 100cm, le rapport vaut :

$\frac{\mathcal{L}_{n+1}}{\mathcal{L}_n} = \frac{100}{150} \approx 0{,}67$ *si on ajoute 10cm à* $\mathcal{L}_{n+1}$ *il devient :* $\frac{\mathcal{L}_{n+1}}{\mathcal{L}_n} = \frac{110}{150} \approx 0{,}73$ *. C'est qui ne change pratiquement pas le rapport k.*

Voilà donc <u>une deuxième erreur</u> mathématique du bas de ligne mathématique de Monsieur Pelletier !

Concrètement, je vous invite à commencer à assembler les brins de petits diamètres et d'ajuster votre bas de ligne à la bonne longueur à l'aide du plus gros diamètre.

L'algorithme :

Schématiquement, il fonctionne de la manière suivante

Fonction récursive AJOUT d'un Brin

Déterminer le brin THEORIQUE suivant (nombre réel)

Encadrer le brin théorique par deux brins du commerce

Pour chaque brin

Calculer le Δk et l'ajouter à la somme des Δk

Ajouter le brin au bas de ligne

Envoi récursif à la fonction AJOUT d'un brin

Une fois sorti de la procédure récursive, on récupère un ensemble de bas de ligne et la somme des variations pour chacun d'entre eux.

Il ne reste plus qu'à déterminer celui dont la somme des Δk est la plus petite.

La programmation:

La programmation a été réalisée en Python version 3.3. Il faut l'installer sur son ordinateur pour lancer le script : **CalculBdlPelletier.py**

Le dossier qui contient le script doit aussi contenir :

InterfaceGraph.pyc

fonctions.pyc

NylonDispo : Liste de bobines de nylon disponibles modifiable par :

PersonaliserNylonDispo.py : fichier que vous pouvez éditer à l'aide d'un éditeur de texte afin de mettre des diamètres « exotiques » de votre choix (mesurés au palmer par exemple). Attention tout de même de ne pas le détériorer !..

J’ai autorisé des diamètres de soie allant jusqu’à 40/100 car j’ai vu une discussion fort justifiée sur le site des chevaliers de l’archisèche concernant la pertinence de calculer la raideur à partir de la soie qui n’a pas du tout la même raideur que le nylon.

Si vous n’avez pas suffisamment de diamètres de fils différents pour confectionner un bas de ligne contenant beaucoup de brins. Le programme poursuit sa recherche depuis le début de la liste. Il donne tout de même un bas de ligne peu cohérent comme :

Diamètres des brins :	40	30	24	20	24	20
Longueurs des brins :	80	71	55	40	14	10

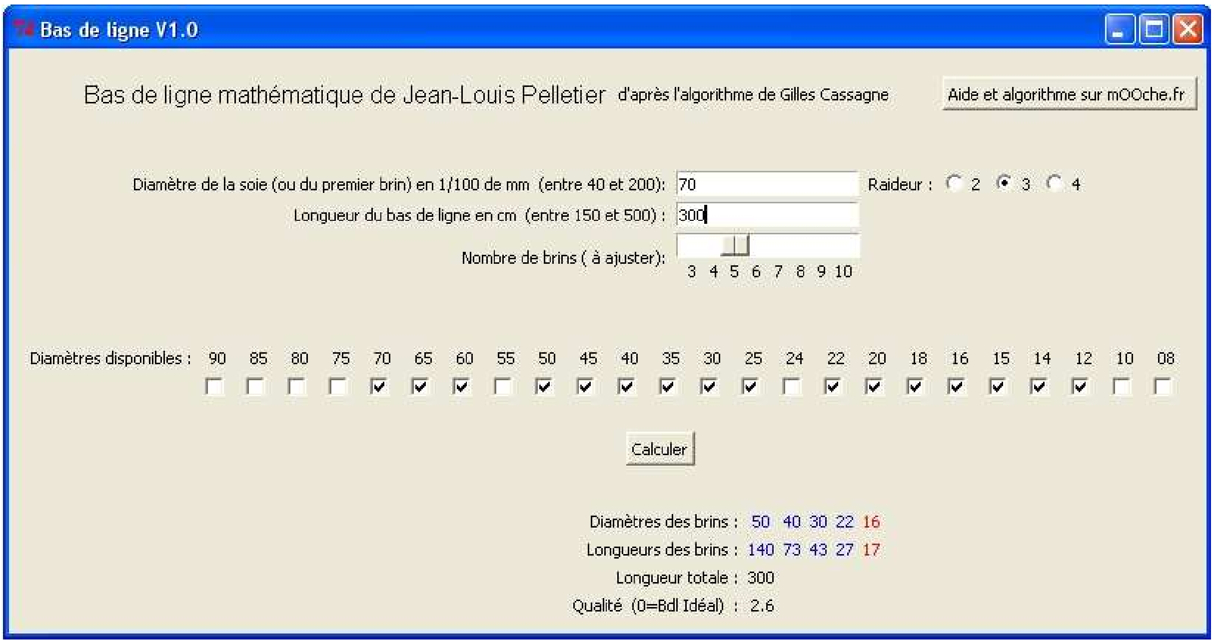
Il indique de toute façon une « qualité » du bas de ligne très mauvaise. Dans l’exemple la qualité du bas de ligne est : 26.9 alors que la qualité optimale, avec tous les diamètres disponibles, vaut : 1,3

A vous d’ajuster le nombre de brins afin d’avoir un bas de ligne cohérent et de bonne qualité.

Si vous n’avez pas installé Python 3.3 . Vous pouvez télécharger sur le site mOOche.fr une version exécutable **CalculBdlPelletier.exe** du logiciel.

Capture d’écran:

Voici une capture d’écran pour les valeurs que Monsieur Pelletier a choisies comme exemple : Une soie de 70/100 ; une longueur de bas de ligne de 3m et une raideur de 3.



J’ai supprimé le diamètre 55/100 comme il le fait mais aussi le 24/100 car je ne le vois pas apparaître dans son tableau de diamètres.

Il obtient les résultats suivants, je le cite :

« On trouve pour les segments : A-B-C-D-E : les longueurs suivantes

A = 0,80m de 60/100es

B = 0,90m de 45/100es

C = 0,50m de 35/100es

D = 0,40m de 25/100es

E = 0,40m de 18/100es »

Les résultats obtenus par la méthode des variations de raideurs minimales sont quand même assez éloignés des résultats graphiques de Monsieur Pelletier!...

Malgré les preuves mathématiques que j'apporte, je risque de me heurter à l'empreinte de ce grand pêcheur. D'autant que, vous étiez peut-être persuadé d'utiliser une méthode scientifiquement irréfutable !... Heureusement pour moi, en tant que subtile pêcheur averti, vous êtes habitués à remettre en cause aujourd'hui ce que vous admettiez comme vérité hier.

Pour finir :

Que vous ayez apprécié mon étude et que vous décidiez de construire votre bas de ligne suivant mon algorithme ou que vous continuiez à utiliser le graphique de Monsieur Pelletier, votre bas de ligne mathématique sera FAUX !... à moins que vous vous munissiez d'un palmer (l'instrument de mesure, pas la mouche !) car les diamètres inscrits sur les bobines du commerce sont presque toujours FAUX ! (En 2013 en tout cas)

De toute façon, moi je m'en fous, j'utilise des bas de ligne queue de rat monobrin !.....

Gilles Cassagne

Merci à vous de me rendre visite sur : http://mOOche.fr